

ĐỀ CHÍNH THỨC

I. MỤC TIÊU:

- Nắm vững các chủ đề về toán chia hết, đa thức, căn thức, phương trình, hệ phương trình, giá trị nhỏ nhất, bất đẳng thức, bài toán thực tế, đa giác và đường tròn.
- Có kỹ năng giải toán và chứng minh.
- Thái độ làm bài nghiêm túc, tính toán chính xác, hợp lý.

II. HÌNH THỨC: Tự luận 100%.

III. MA TRẬN ĐỀ

Chủ đề	Mức độ				Tổng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
1. Đa thức, chia hết		<ul style="list-style-type: none"> - Đưa bài toán về dạng nhân tử áp dụng tính chất chia hết (B1.1) - Áp dụng định lý Bê du tìm dạng của đa thức (B1.2) 			
Số bài					1
Số điểm		4			4
Tỉ lệ (%)		20%			20%
2. Căn thức	Biết tìm điều kiện để căn thức có nghĩa (B2.1 & 2)	<ul style="list-style-type: none"> - Đưa đa thức về dạng nhân tử rút gọn biểu thức đơn giản (B2.1) - Biến đổi được biểu 	Giải được phương trình chứa căn thức, (B2.2)		

		<i>thức về dạng HĐT (B2.2)</i>			
<i>Số bài</i>					<i>1</i>
<i>Số điểm</i>	<i>0,5</i>	<i>2</i>	<i>1,5</i>		<i>4</i>
<i>Tỉ lệ (%)</i>	<i>2,5%</i>	<i>10%</i>	<i>7,5%</i>		<i>20%</i>
<i>3. Bài toán ứng dụng. Giá trị nhỏ nhất, bất đẳng thức</i>	<i>- Biết biến đổi BĐT (B3.1) - Biết tìm điều kiện để bài toán có nghĩa (B3.2)</i>		<i>- Áp dụng BĐT Cauchy tìm GTNN của biểu thức(B3.1) - Giải bài toán bằng cách lập phương trình bậc nhất đơn giản (B3.2)</i>	<i>Suy luận và phân tích biểu thức để áp dụng bất đẳng thức Cauchy (B3.1)</i>	
<i>Số bài</i>					<i>1</i>
<i>Số điểm</i>	<i>0,5</i>		<i>3</i>	<i>0,5</i>	<i>4</i>
<i>Tỉ lệ (%)</i>	<i>2,5%</i>		<i>15%</i>	<i>2,5%</i>	<i>20%</i>
<i>4. Đa giác</i>	<i>Biết vẽ hình</i>	<i>Biết áp dụng các tính chất của tam giác cân</i>	<i>Chứng minh đoạn thẳng tam giác, đoạn thẳng bằng nhau, chứng minh đoạn thẳng song song.</i>		
<i>Số bài</i>					<i>1</i>
<i>Số điểm</i>	<i>0,25</i>	<i>1.25</i>	<i>2,5</i>		<i>4</i>
<i>Tỉ lệ (%)</i>	<i>1,25%</i>	<i>6,25%</i>	<i>12,5%</i>		<i>20%</i>
<i>5. Đường tròn</i>	<i>Biết vẽ hình</i>	<i>Áp dụng dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn. Tính</i>	<i>Vận dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau chứng minh đường tròn nội</i>	<i>Tổng hợp kiến thức hệ thức lượng trong tam giác vuông,</i>	

		<i>chất đường trung trực để giải toán.</i>	<i>tiếp tam giác. Chứng minh ba điểm thẳng hàng.</i>	<i>hai tam giác đồng dạng, ...</i>	
<i>Số bài</i>					<i>1</i>
<i>Số điểm</i>	<i>0,5</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>0,5</i>	<i>4</i>
<i>Tỉ lệ (%)</i>	<i>2,5%</i>	<i>5%</i>	<i>10%</i>	<i>2,5%</i>	<i>20%</i>
<i>Tổng số bài</i>					<i>5</i>
<i>Tổng số điểm</i>	<i>1,75</i>	<i>8,25</i>	<i>9</i>	<i>1</i>	<i>20</i>
<i>Tỉ lệ (%)</i>	<i>8,75%</i>	<i>41,25%</i>	<i>45%</i>	<i>5%</i>	<i>100%</i>

Bài 1: (4 điểm)

1. Câu 1 (2 điểm) Chứng minh rằng:

a) $A = n^3 + 11n \div 6$ với $\forall n \in \mathbb{Z}$.

b) Nếu x là một số lẻ thì $B = x^2 + 4x - 5$ luôn chia hết cho 8

2. Câu 2 (2 điểm) Cho đa thức $f(x)$ chia hết cho nhị thức $(x - 2)$ và khi chia cho đa thức $(x^2 + 2x - 1)$ được thương là $5x + 1$ và dư a . Tìm đa thức $f(x)$.**Bài 2: (4 điểm)**1. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+1} \right)$ 2. Giải phương trình: $\sqrt{x^2+x-12} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3} + \sqrt{x^2+2x-8}$.**Bài 3: (4 điểm)**

1. Câu 1 (2 điểm).

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của: $A = \frac{x^2+x+1}{x^2+2x+1}$

b) Cho ba số dương a, b, c sao cho $a + b + c = 1$. CMR: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$

2. Câu 2 (2 điểm).

Lan là con út trong một gia đình có hai chị em gái. Hai chị em có tuổi cộng lại bằng 35. Tuổi chị Lan hiện giờ gấp đôi tuổi Lan lúc tuổi chị Lan bằng tuổi Lan hiện giờ. Tính tuổi của Lan hiện giờ?

Bài 4: (4 điểm)Cho ΔABC cân ở A . Gọi I là một điểm bất kỳ thuộc đường cao AH . Gọi D là giao điểm của BI và AC . E là giao điểm của CI và AB .

a) CMR: $AD = AE$

b) Xác định vị trí của I để $BE = ED = DC$.

Bài 5: (4 điểm)Từ một điểm A ở ngoài đường tròn $(O; R)$, vẽ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Vẽ dây cung BC của đường tròn (O) vuông góc với OA tại H .a) Chứng minh AC là tiếp tuyến của (O) .b) Đoạn AO cắt (O) tại I . Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .c) Trên tia đối của tia BC lấy điểm P . Từ điểm P vẽ hai tiếp tuyến PD và PE của đường tròn (O) (D, E là hai tiếp điểm). Chứng minh ba điểm A, D, E thẳng hàng.

----- HẾT -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm.)

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

(Văn bản gồm 5 trang)

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Bài 1 (4 điểm)	<p>Câu 1 (2 điểm). Chứng minh rằng:</p> <p>a/ $A = n^3 + 11n \div 6$ với $\forall n \in \mathbb{Z}$.</p> <p>b/ Nếu x là một số lẻ thì $B = x^2 + 4x - 5$ luôn chia hết cho 8.</p> <p>Câu 2 (2 điểm). Cho đa thức $f(x)$ chia hết cho nhị thức $(x - 2)$ và khi chia cho đa thức $(x^2 + 2x - 1)$ được thương là $5x + 1$ và dư a. Tìm đa thức $f(x)$</p>	
Câu 1 (2 điểm)	<p>a/ Ta có : $A = n^3 + 11n = n^3 - n + 12n = n(n+1)(n-1) + 12n$</p> <p>$n(n+1)(n-1) \div 6$ (tích 3 số liên tiếp)</p> <p>$12n \div 6$</p> <p>Suy ra: $A \div 6 \forall n \in \mathbb{Z}$.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>b/ Vì x lẻ nên: $x = 2k + 1$</p> <p>suy ra: $B = (2k + 1)^2 + 4(2k + 1) - 5$</p> <p>$= 4k^2 + 4k + 1 + 8k + 4 - 5$</p> <p>$= 4k(k + 1) + 8k$</p> <p>Ta có: $k(k + 1) \div 2$ (tích hai số liên tiếp) $\Rightarrow 4k(k + 1) \div 8$</p> <p>$8k \div 8$</p> <p>Do đó : $B = 4k(k + 1) + 8k \div 8 \forall k \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Hay : $B = x^2 + 4x - 5 \div 8 \forall x$ lẻ</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 2 (2 điểm)	<p>Theo định lý Bêdu:</p> <p>$f(x) \div (x - 2)$ nên $f(2) = 0$</p> <p>$f(x) = (x^2 + 2x - 1)(5x + 1) + a = 5x^3 + 11x^2 - 3x - 1 + a$</p> <p>$f(2) = 5.2^3 + 11.2^2 - 3.2 - 1 + a = 0$</p> <p>Suy ra $a = -77$.</p> <p>Vậy $f(x) = 5x^3 + 11x^2 - 3x - 78$.</p>	0,5 0,5 0,5 0,25 0,25
Bài 2 (4 điểm).		
<p>Câu 1). Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+1} \right)$</p>		

<p>Câu 2).Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + x - 12} + \sqrt{x - 2} = \sqrt{x - 3} + \sqrt{x^2 + 2x - 8}$</p>		
<p>Câu 1 (2 điểm).</p>	<p>Điều kiện: $x \geq 0; x \neq 1$.</p> $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{x + 1} \right)$ $= \left[\frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(x + 1)} \right] : \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(x + 1)} + \frac{1}{x + 1} \right]$ $= \frac{x + 1 - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(x + 1)} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 1}$ $= \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} - 1)(x + 1)} \cdot \frac{x + 1}{\sqrt{x} + 1}$ $= \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$	<p>0,25</p> <p>0,25x2</p> <p>0,25x2</p> <p>0,25x2</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 2 (2 điểm).</p>	<p>Giải phương trình:</p> $\sqrt{x^2 + x - 12} + \sqrt{x - 2} = \sqrt{x - 3} + \sqrt{x^2 + 2x - 8}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x + 4)(x - 3)} + \sqrt{x - 2} = \sqrt{x - 3} + \sqrt{(x + 4)(x - 2)} \quad (1)$ <p>ĐKXĐ: $\begin{cases} (x + 4)(x - 3) \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \\ (x + 4)(x - 2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$</p> $(1) \Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)} (\sqrt{x + 4} - 1) - \sqrt{x - 2} (\sqrt{x + 4} - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x + 4} - 1) (\sqrt{x - 3} - \sqrt{x - 2}) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x + 4} - 1 = 0 \\ \sqrt{x - 3} - \sqrt{x - 2} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ 3 = 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = -3$ <p>x = -3 không thỏa mãn điều kiện. Vậy phương trình vô nghiệm</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

Bài 3 (4,0 điểm).**Câu 1 (2 điểm).**

a/ Tìm giá trị nhỏ nhất của: $A = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1}$

b/ Cho ba số dương a, b, c sao cho $a + b + c = 1$. CMR: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$

Câu 2 (2 điểm).

Lan là con út trong một gia đình có hai chị em gái. Hai chị em có tuổi cộng lại bằng 35. Tuổi chị Lan hiện giờ gấp đôi tuổi Lan lúc tuổi chị Lan bằng tuổi Lan hiện giờ. Tính tuổi của Lan hiện giờ?

Câu 1 (2 điểm) a)(1 điểm))	$a/ \text{ Ta có: } A = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{x^2 + 2x + 1 - (x + 1) + 1}{x^2 + 2x + 1}$ $= \frac{(x + 1)^2 - (x + 1) + 1}{(x + 1)^2}$ $= 1 - \frac{1}{x + 1} + \frac{1}{(x + 1)^2}$ $= \left(\frac{1}{x + 1} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ <p>Vậy: Min A = $\frac{3}{4}$ khi x = 1</p>	0,25 0,25
b) (1 điểm)	$b/ \text{ Ta có: } a + b + c = 1$ $\Rightarrow \frac{1}{a} = 1 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$ $\frac{1}{b} = 1 + \frac{a}{b} + \frac{c}{b}$ $\frac{1}{c} = 1 + \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ $\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3 + \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right) + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c} \right) + \left(\frac{c}{b} + \frac{b}{c} \right) \geq 3 + 2 + 2 + 2 = 9$	0,25 0,5 0,25
Câu 2 (2 điểm)	<p>Gọi x (tuổi) là tuổi của chị Lan hiện giờ (điều kiện: x nguyên dương).</p> <p>Do đó tuổi của Lan hiện giờ là 35 - x (tuổi).</p> <p>Ta có số tuổi chị Lan hơn tuổi Lan là $x - (35 - x) = 2x - 35$.</p> <p>Khi chị Lan bằng tuổi Lan hiện giờ thì tuổi của Lan lúc đó là</p> $35 - x - (2x - 35) = 70 - 3x.$	0,25x2 0,25 0,25 0,25

	Theo đề bài, ta có phương trình: $x = 2(70 - 3x)$.	0,25
	Giải phương trình trên ta được $x = 20$ (thỏa mãn điều kiện đề bài).	0,25
	Vậy hiện giờ Lan 15 tuổi.	0,25

Bài 4 (4 điểm).

Cho ΔABC cân ở A. Gọi I là một điểm bất kỳ thuộc đường cao AH. Gọi D là giao điểm của BI và AC. E là giao điểm của CI và AB.

a. CMR: $AD = AE$

b. Xác định vị trí của I để $BE = ED = DC$

a) (2 điểm)	<p>Vẽ hình đúng</p> <p>a. CMR: $AD = AE$</p> <p>Ta có: ΔABC cân tại A nên đường cao AH cũng là đường trung trực.</p> <p>$\Rightarrow \Delta BIC$ cân tại I $\Rightarrow \angle B_1 = \angle C_1$</p> <p>Mà: $\angle ABC = \angle ACB \Rightarrow \angle B_2 = \angle C_2$</p> <p>Xét ΔADB và ΔAEC có:</p> <ul style="list-style-type: none"> $\angle BAC$ chung $AB = AC$ (gt) $\angle B_2 = \angle C_2$ (cmt) <p>$\Rightarrow \Delta ADB = \Delta AEC$ (g.c.g)</p> <p>$\Rightarrow AD = AE$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
b) (2 điểm)	<p>b. Xác định vị trí của I để $BE = ED = DC$</p> <p>Ta có: $AD = AE \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow ED // BC$</p> <p>Để $BE = ED$ thì $\angle B_2 = \angle D_1$</p> <p>Mà $\angle D_1 = \angle B_1$ (so le)</p> <p>$\Rightarrow \angle B_1 = \angle B_2 \Rightarrow BD$ là phân giác.</p> <p>Mặt khác AH cũng là phân giác của cân ΔABC</p> <p>Vậy: để $BE = ED = DC$ thì I là giao điểm của ba đường phân giác của ΔABC</p>	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5

Bài 5 (4 điểm).

Từ một điểm A ở ngoài đường tròn (O; R), vẽ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Vẽ dây cung BC của đường tròn (O) vuông góc với OA tại H.

a) Chứng minh AC là tiếp tuyến của (O).

b) Đoạn AO cắt (O) tại I. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

c) Trên tia đối của tia BC lấy điểm P. Từ điểm P vẽ hai tiếp tuyến PD và PE của đường tròn (O) (D, E là hai tiếp điểm). Chứng minh ba điểm A, D, E thẳng hàng.

<p>(0.5 điểm)</p>	<p style="text-align: right;">hình vẽ đúng</p>	<p>0,5</p>
<p>a) (1 điểm)</p>	<p>ΔOBC cân tại O (do $OB = OC = R$) $\Rightarrow OH$ là đường cao đồng thời là đường phân giác $\Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{AOB}$ Do đó $\Delta AOC = \Delta AOB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ACO} = \widehat{ABO} = 90^0$ $\Rightarrow AC \perp OC$ tại $C \in (O)$ Vậy AC là tiếp tuyến của (O).</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>b) (1 điểm)</p>	<p>$OI = OC = R \Rightarrow \Delta OIC$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{OIC} = \widehat{OCI}$. Vậy $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ (cùng phụ hai góc bằng nhau) $\Rightarrow CI$ là phân giác \widehat{ACB} . Lại có AO là phân giác \widehat{BAC} (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow I$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC .</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25</p>
<p>c) (1.5 điểm)</p>	<p>Gọi K là giao điểm OP và DE Ta có $R^2 = OB^2 = OH.OA$, $OE^2 = R^2 = OK.OP$ $\Rightarrow \Delta AOK \sim \Delta POH$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AKO} = \widehat{PHO} = 90^0$. $\Rightarrow AK \perp OP$</p>	<p>0,25 0,25 0,25 0,25 0,25</p>

	Lại có $DE \perp OP$ tại K (OP là đường trung trực của DE) $\Rightarrow AK \equiv DE$. Vậy 3 điểm A, E, D thẳng hàng.	0,25
--	---	------

Lưu ý:

- 1) Thí sinh giải theo cách khác đúng vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.**
- 2) Thí sinh giải ngắn gọn nhưng hợp lý vẫn cho điểm tối đa.**