PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂN HIỆP

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN CẤP THCS VÒNG HUYỆN
Năm học 2017 – 2018
Thời gian: 150 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1: (3 điểm)

a) Chứng minh rằng $3^{n+2} + 2.\ 3^{n+1} + 4.\ 3^{n}$ chia hết cho 19 với mọi $n \in$ **N**.

b) Cho đa thức $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + ax + b$ và đa thức $g(x) = x^2 - 4$. Với giá trị nào của a và b thì đa thức f(x) chia hết cho đa thức g(x)?

Bài 2: (3 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = x^2 + x + 1$

b) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $B = \frac{4x+3}{x^2+1}$

Bài 3: (3 điểm) Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính $\sqrt{A}$ khi $x = 5 + 2\sqrt{3}$

Bài 4: (2 điểm)

a) Cho đường thẳng (d): (2m + 3)x + 7y + 4m = 1 (m là tham số).

b) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m.

Bài 5: (4 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD. Lấy điểm P tùy ý trên đường chéo BD. Gọi M là điểm đối xứng của C qua P.

a) Chứng minh: AM // BD

b) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của M trên AD, AB. Chứng minh EF // AC.

c) Chứng minh: E, F, P thẳng hàng.

Bài 6: (5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) đường kính AB và dây AC không đi qua tâm O. Gọi H là trung điểm của AC.Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt tia OH ở E. Vẽ CK $\perp$ AB tại K. Gọi M là trung điểm của CK và đặt $\widehat{CAB} = \alpha$. Chứng minh rằng:

a) Đường thẳng EA là tiếp tuyến tại A của đường tròn (O).

b) $MK = R.\sin\alpha.\cos\alpha$.

c) Ba điểm E, M, B thẳng hàng.

-------- HẾT -------

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂN HIỆP
HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG – ĐỀ CHÍNH THỨC MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2017-2018

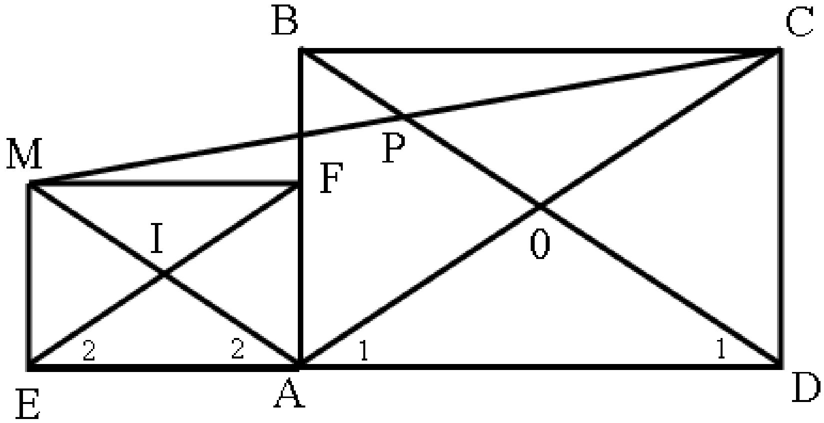
CÂU	**ĐÁP ÁN**	**ĐIỂM**
Bài 1 (3 điểm). a) Chứng minh rằng $3^{n+2} + 2.\,3^{n+1} + 4.\,3^n$ chia hết cho 19 với mọi n $\in$ **N**. b) Cho đa thức $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + ax + b$ và đa thức $g(x) = x^2 - 4$. Với giá trị nào của a và b thì đa thức f(x) chia hết cho đa thức g(x)?		
a) 1,5	$3^{n+2} + 2.\,3^{n+1} + 4.\,3^n = 3^n.\,3^2 + 2.\,3^n.\,3 + 4.\,3^n$ $= 3^n.(3^2 + 2.3 + 4)$ $= 3^n.19 \,\vdots\, 19$ với mọi n $\in$ **N**.	0,5 0,5 0,5
b) 1,5	Thực hiện phép chia đa thức f(x) cho đa thức g(x) ta được: Thương: $3x - 4$ Dư: $(a + 12)x + (b - 16)$ $f(x) \,\vdots\, g(x)$ thì số dư phải bằng 0 hay $(a + 12)x + (b - 16) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} a + 12 = 0 \\ b - 16 = 0 \end{cases}$ Tính được a = – 12 và b = 16.	 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5
Bài 2: (3 điểm) a) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = x^2 + x + 1$ b) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $B = \dfrac{4x+3}{x^2+1}$		
a) 1 b) 2	a) Ta có: $A = x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ $\Rightarrow A_{Min} = \frac{3}{4}$ khi $x = -\frac{1}{2}$ b) Ta có: $B = \dfrac{4x+3}{x^2+1} = \dfrac{x^2+4x+4-x^2-1}{x^2+1} = \dfrac{(x+2)^2}{x^2+1} - 1 \geq -1$ $\Rightarrow B_{Min} = -1$ khi $x = -2$ Mặt khác, $B = \dfrac{4x+3}{x^2+1} = \dfrac{4x^2+4-4x^2+4x-1}{x^2+1} = 4 - \dfrac{(2x-1)^2}{x^2+1} \leq 4$ $\Rightarrow B_{Max} = 4$ khi $x = \frac{1}{2}$	**0,5** **0,5** **0,5** **0,5** **0,5** **0,5**

Bài 3: (3 điểm) Cho biểu thức: $$A=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$ a) Rút gọn biểu thức A b) Tính $\sqrt{A}$ khi $x=5+2\sqrt{3}$		
a) 2 b) 1	a) $A=\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1-\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$ ***ĐK : x ≥ 0 , x ≠ 1*** $=\frac{2\sqrt{x}+x-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}:\frac{x+\sqrt{x}+1-(\sqrt{x}+2)}{x+\sqrt{x}+1}$ $=\frac{1}{x+\sqrt{x}+1}\cdot\frac{x+\sqrt{x}+1}{x-1}=\frac{1}{x-1}$ b) Thay $x=5+2\sqrt{3}$ vào A ta được: $A=\frac{1}{4+2\sqrt{3}}\Rightarrow\sqrt{A}=\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}$ $=\frac{1}{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$	**0,25** **1** **0,75** **0,5** **0,5**
Bài 4 (2,0 điểm). a) Cho đường thẳng (d): (2m + 3)x + 7y + 4m = 1 (m là tham số). b) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m.		
a) 1 b) 1	Ta có : (2m + 3)x + 7y + 4m = 1 ⇔ 2mx + 3x + 7y + 4m – 1 = 0 ⇔ (2x + 4)m + (3x + 7y – 1) = 0 Để các đường thẳng (d) luôn luôn đi qua một điểm cố định với mọi m thì: $\begin{cases}2x+4=0\\3x+7y-1=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$ Vậy các đường thẳng (d) luôn đi qua điểm cố định (-2; 1) với mọi m.	0,5 0,5 0,25 0,5 0,25
Bài 5: (4 điểm) Cho hình chữ nhật ABCD. Lấy điểm P tùy ý trên đường chéo BD. Gọi M là điểm đối xứng của C qua P.		

a) Chứng minh: AM // BD

b) Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của M trên AD, AB. Chứng minh EF // AC.

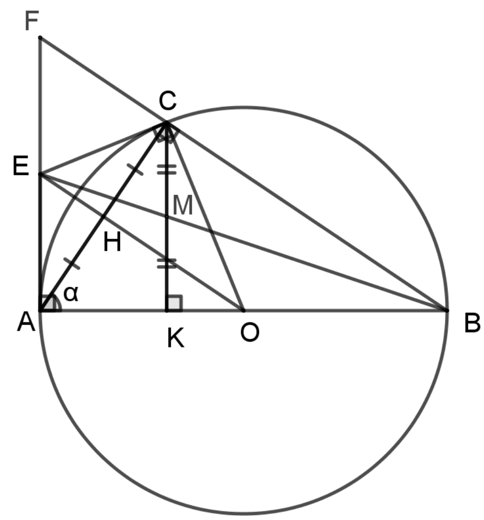
c) Chứng minh: E, F, P thẳng hàng.

	**0,5**
a) Chứng minh: AM // BD	
Gọi O là giao điểm của AC và BD	
Ta có: OA = OC (t/c hình chữ nhật)	**0,25**
PM = PC (gt)	**0,25**
Nên PO là đường trung bình của $\Delta ACM \Rightarrow$ PO // AM	
Hay AM // BD	**0,25**
b) Chứng minh: EF // AC	**0,25**
Ta có: $\angle EAF = \angle MEA = MFA = 90^0$ (gt)	
$\Rightarrow$ AEMF là hình chữ nhật	**0,5**
Gọi I là giao điểm của AM và EF	
Trong các hình chữ nhật ABCD, AEMF có:	
$\angle A_1 = \angle D_1$, $\angle A_2 = \angle E_2$ (t/c hình chữ nhật)	**0,5**
Mà $\angle A_2 = \angle D_1$ (do AM // BD)	**0,25**
$\Rightarrow \angle A_1 = \angle E_2 \Rightarrow$ EF // AC	**0,25**
c) Chứng minh: E, F, P thẳng hàng	
Ta có: IM = IA (t/c hình chữ nhật)	
IF // AC (do EF // AC)	**0,25**
$\Rightarrow$ IF là đường trung bình ΔACM	**0,25**
$\Rightarrow$ IF phải đi qua trung điểm P của MC	
Hay EF đi qua P	**0,25**
Vậy E, F, P thẳng hàng.	**0,25**

Bài 6 (5 điểm).

Cho đường tròn (O; R) đường kính AB và dây AC không đi qua tâm O. Gọi H là trung điểm của AC.Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt tia OH ở E. Vẽ CK $\perp$ AB tại K. Gọi M là trung điểm của CK và đặt $\widehat{CAB} = \alpha$. Chứng minh rằng:

a) Đường thẳng EA là tiếp tuyến tại A của đường tròn (O).

b) MK = R.sinα.cosα. c) Ba điểm E, M, B thẳng hàng.		
0.5	Vẽ đúng hình 	0,5
a) 1,5	Ta có OH $\perp$ AC tại trung điểm H (Tính chất đường kính và dây) $\Rightarrow$ OH là đường trung trực của AC Mà E $\in$ OH nên EA = EC Từ đó suy ra: ΔEAO = ΔECO (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{EAO} = \widehat{ECO} = 90^0$ (Tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow$EA $\perp$ OA tại A $\in$ (O) Kết luận : Vậy đường thẳng EA là tiếp tuyến tại A của (O).	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
b) 1,25	ΔACB nội tiếp (O) có AB là đường kính nên ΔACB là tam giác vuông Xét ΔACB vuông tại C: CA = AB. cosα Xét ΔCKA vuông tại K: CK = CA. sinα $\Rightarrow$CK = AB.sinα.cosα Mà M là trung điểm của CK (gt) $\Rightarrow MK = \frac{CK}{2} = R.\sin\alpha.\cos\alpha$.	0,25 0,25 0,25 0,5
c) 1,75	Gọi F là giao điểm của AE và BC. Xét ΔABF có: OE // BF (cùng vuông góc với AC) và OA = OB (bán kính) $\Rightarrow$E là trung điểm của FA. Lại có: CK // FA (cùng vuông góc với AB)	0,25 0,5

	$\Rightarrow \frac{KB}{AB}=\frac{CK}{FA}=\frac{2MK}{2EA}=\frac{MK}{EA}$ (Hệ quả của định lý Ta – lét) Xét hai tam giác vuông KBM và ABE có: $\widehat{MKB}=\widehat{EAB}$ (= 90^0) $\frac{KB}{AB}=\frac{MK}{EA}$ (chứng minh trên) Do đó $\Delta KBM \backsim \Delta ABE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ABM}=\widehat{ABE}$ $\Rightarrow BM \equiv BE$ (do cùng nằm trên nửa mặt phẳng có bờ là AB) $\Rightarrow$Ba điểm E, M, B thẳng hàng.	 0,5 0,25 0,25
Tổng		**20 điểm**

- **Chú ý:**
- ***Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.***
- ***Học sinh giải ngắn gọn nhưng hợp lí vẫn cho điểm tối đa.***